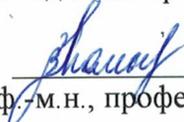


Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**

Руководитель программы аспирантуры

  
В.В.Малыгина,  
д.ф.-м.н., профессор кафедры ВММБ

«01» июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины  
«Дифференциальные уравнения и математическая физика»  
по программе аспирантуры**

**Научная специальность**

1.1.2. Дифференциальные уравнения и  
математическая физика

**Направленность (профиль)  
программы аспирантуры  
Выпускающая(ие) кафедра(ы)**

Функционально-дифференциальные  
уравнения  
Вычислительная математика, механика и  
биомеханика (ВММБ)  
Высшая математика (ВМ)

**Форма обучения**

Очная

**Курс: 3**

**Семестр (ы): 5**

**Виды контроля с указанием семестра:**

Экзамен: 5      Зачёт: -

**Пермь 2023**

## **1. Общие положения**

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения и математическая физика» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 N 951 "Об утверждении федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)";
- Постановление Правительства РФ от 30.11.2021 N 2122 "Об утверждении Положения о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)";
- Самостоятельно устанавливаемые требования к реализуемым программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Пермского национального исследовательского политехнического университета;
- Базовый план по программе аспирантуры;
- Паспорт научной специальности.

**1.1 Цель учебной дисциплины** – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области исследования динамических систем с помощью дифференциальных уравнений и систем.

### **1.2 Задачи учебной дисциплины:**

- **формирование знаний**  
- изучение основных направлений развития теории динамических систем, приводящих к дифференциальным уравнениям;
- **формирование умений**  
- формирование умения проводить количественные и качественные исследования свойств решений дифференциальных уравнений;
- **формирование навыков**  
- формирование навыков применения современного аналитического аппарата для решения и качественного исследования дифференциальных уравнений.

### **1.3 Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:**

- классические обыкновенные дифференциальные уравнения и системы;
- уравнения и системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом;
- интегро-дифференциальные уравнения и системы уравнений.

### **1.4 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения и математическая физика» является обязательной дисциплиной вариативной части цикла базового учебного плана.

Дисциплина используется при подготовке к сдаче кандидатского экзамена по специальности 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика и выполнении научно-квалификационной работы (диссертации).

## **2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате изучения дисциплины аспирант должен демонстрировать следующие результаты:

**Знать:**

- наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем;
- постановки основных задач теории динамических систем, моделируемых посредством дифференциальных уравнений;
- принципы решения основных исследовательских задач для дифференциальных уравнений и систем.

**Уметь:**

- выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру;
- оценивать возможности исследования количественных и качественных свойств решений дифференциальных уравнений;
- классифицировать задачи для дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования.

**Владеть:**

- основными аналитическими методами количественного и качественного исследования дифференциальных уравнений;
- методами математического моделирования динамических систем.

**3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы**

Таблица 1

Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоемкость, ч
		5 семестр
1	Аудиторная работа	20
	В том числе:	
	Лекции (Л)	5
	Практические занятия (ПЗ)	6
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	9
2	Самостоятельная работа (СР)	88
	Итоговая аттестация по дисциплине	36
	Форма итогового контроля:	Экзамен

**4. Содержание учебной дисциплины****4.1. Содержание разделов и тем учебной дисциплины**

**Раздел 1.** Общие принципы теории обыкновенных дифференциальных уравнений (Л –1, ПЗ–0, СР –12)

Тема 1. Дифференциальные уравнения как основной метод описания и исследования динамических систем.

Тема 2. Ограниченность класса дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах. Качественные методы исследования как основной инструмент современной теории дифференциальных уравнений.

**Раздел 2.** Линейные дифференциальные уравнения и системы (Л –1, ПЗ–0, СР –12)

Тема 3. Основные принципы построения теории линейных уравнений и систем. Фундаментальное решение, матрица Коши, формула Остроградского–Лиувилля.

Тема 4. Специальные классы линейных дифференциальных уравнений. Автономные системы. Периодические системы.

### Раздел 3. Краевые задачи (Л –1, ПЗ–0, СР –12)

Тема 5. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

Тема 6. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных чисел и собственных функций. Теорема Стеклова.

### Раздел 4. Устойчивость и управление (Л –2, ПЗ–0, СР –24)

Тема 7. Первый и второй методы Ляпунова. Функции Ляпунова.

Тема 8. Принцип аргумента. Метод D-разбиений. Теорема Рауса–Гурвица.

Тема 9. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

Тема 10. Задачи оптимального управления. Стабилизация и быстроедействие.

### Раздел 5. Операторные методы (Л –0, ПЗ–2, СР –12)

Тема 11. Упорядоченность. Конусы. Монотонные операторы. Дифференциальные неравенства.

Тема 12. Сведение дифференциальных уравнений к интегральным. Сопряженные и самосопряженные интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. Системы собственных функций, ортогональные разложения.

### Раздел 6. Основы теории функционально-дифференциальных уравнений (Л –0, ПЗ–4, СР –16)

Тема 13. Задачи, приводящие к уравнениям с отклоняющимся аргументом. Начальная функция и непрерывная стыковка, определение решения в смысле Мышкиса и Хейла. Оператор внутренней суперпозиции, определение решения в смысле Азбелева. Интегральное представление решения.

Тема 14. Оператор Грина, функция Грина. Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.

Тема 15. Вольтерровы по Тихонову операторы. Оператор Коши и функция Коши. Исследование устойчивости решений функционально-дифференциальных уравнений.

## 4.2. Перечень тем практических занятий

Таблица 2

Темы практических занятий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	11	Конусы. Монотонные операторы.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
2	12	Сопряженные и	Собеседование.	Вопросы по

		самосопряженные интегральные операторы в пространствах суммируемых функций.	Творческое задание.	темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
3	13	Уравнения с отклоняющимся аргументом.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
4	14	Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
5	15	Оператор Коши и функция Коши.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
6	15	Вольтерровы по Тихонову операторы.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.

#### 4.3. Содержание самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 3

Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	2	Качественные методы исследования как основной инструмент современной теории дифференциальных уравнений.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	3	Фундаментальное решение, матрица Коши, формула Остроградского–Лиувилля	Собеседование. Творческое задание	Темы творческих заданий
3	4	Периодические системы	Творческое задание	Темы творческих заданий
4	5	Функция Грина	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
5	6	Теорема Стеклова	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
6	7	Функции Ляпунова.	Творческое задание	Темы творческих заданий
7	8	Метод D-разбиений	Творческое	Темы творческих

			задание	заданий
8	10	Оптимальное управление	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
9	11	Дифференциальные неравенства	Творческое задание	Темы творческих заданий
10	12	Самосопряженные интегральные операторы в пространствах суммируемых функций	Собеседование. Творческое задание	Вопросы по темам / разделам дисциплины Темы творческих заданий
11	14	Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины
12	15	Исследование устойчивости функционально-дифференциальных уравнений	Собеседование. Творческое задание	Вопросы по темам / разделам дисциплины Темы творческих заданий

### 5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения и математическая физика» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически;
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела;
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции;
4. К выполнению практических заданий приступать после самостоятельной работы по изучению теоретических вопросов.

### 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

#### 6.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>1 Основная литература</b>		
1	Соколов, Владимир Александрович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / В. А. Соколов ; Пермский национальный исследовательский политехнический университет .— Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2014 .- 193 с.	10+Электронная библиотека ПНИПУ

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
2	<i>Демидович, Борис Павлович. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов .— 2-е изд., испр .— Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2006 .— 276 с.</i>	10
3	<i>Азбелев, Николай Викторович. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений / Н. В. Азбелев, В. П. Максимов, Л. Ф. Рахматуллина .— М. : Наука : Физматлит, 1991 .— 277 с.</i>	10+1 на кафедре
<b>2 Дополнительная литература</b>		
<b>2.1 Учебные и научные издания</b>		
1	<i>Азбелев, Николай Викторович. Избранные труды Н. В. Азбелева / Н. В. Азбелев ; Под ред. В. П. Максимова, Л. Ф. Рахматуллиной .— Москва ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2012. – 808 с.</i>	1+1 на кафедре
2	<i>Бравый, Евгений Ильич. Разрешимость краевых задач для линейных функционально-дифференциальных уравнений / Е. И. Бравый .— Москва ; Ижевск : Регуляр. и хаот. динамика, 2011. – 350 с.</i>	10+1 на кафедре
3	<i>Азбелев, Н.В. Элементы современной теории функционально-дифференциальных уравнений. Методы и приложения / Н.В. Азбелев, В. П. Максимов, Л. Ф. Рахматуллина .— Москва : Ин-т компьют. исслед., 2002. – 383 с.</i>	3+1 на кафедре
4	<i>Арнольд, Владимир Игоревич. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд; Удмуртский государственный университет .— 4-е изд .— Ижевск : Регуляр. и хаот. динамика : Ижев. респ. тип., 2000 .— 367 с.</i>	48
5	<i>Арнольд, Владимир Игоревич. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В. И. Арнольд.— 3-е изд., стер .— Москва : Регуляр. и хаот. динамика : МЦНМО, 2002. – 399 с.</i>	2002 – 1 2000 – 6
<b>2.2 Периодические издания</b>		
1	<i>Известия вузов. Математика <a href="http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&amp;option_lang=rus">http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&amp;option_lang=rus</a></i>	Общероссийский математический портал
2	<i>Дифференциальные уравнения <a href="http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&amp;option_lang=rus">http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&amp;option_lang=rus</a></i>	Общероссийский математический портал
3	<i>Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations <a href="http://www.math.u-szeged.hu/ejqtde/">http://www.math.u-szeged.hu/ejqtde/</a></i>	Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations

## 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

### 6.2.1. Лицензионные ресурсы<sup>1</sup>

1. Электронная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных электрон. док., издан. в Изд-ве ПНИПУ] / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, Науч. б-ка. – Пермь, 2016. – Режим доступа: <http://elib.pstu.ru>, свободный. – Загл. с экрана.

2. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии кн., журн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам] / Электрон.-библ. система «Изд-ва «Лань». – Санкт-Петербург, 2010-2016. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

3. ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC. – Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: <http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

4. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / Электрон. б-ка дис. – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru>, компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

5. Cambridge Journals [Electronic resource : полнотекстовая база данных : электрон. журн. по гуманит., естеств., и техн. наукам на англ. яз.] / University of Cambridge. – Cambridge : Cambridge University Press, 1770-2012. – Режим доступа: <http://journals.cambridge.org>. – Загл. с экрана. 11.

6. ScienceDirect [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. науч. журн. и кн. по обществ., естеств. и техн. наукам на англ. яз.] / Elsevier B. V. – Amsterdam, 2016. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

7. Springer [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. журн., кн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам, протоколы исследований на англ. и нем. яз.] / Springer International Publishing AG, Part of Springer Science+Business Media. – Cham, 2016. – Режим доступа: <http://link.springer.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

8. zbMATH [Электронный ресурс] : [реф.-библиограф. и аналит. база данных по математике на англ. яз.] / FIZ Karlsruhe GmbH. – Berlin, 2016. – Режим доступа: <https://zbmath.org>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

### 6.2.2. Открытые интернет-ресурсы

1. Пермский семинар по функционально-дифференциальным уравнениям - <http://fde-perm.livejournal.com/>

2. Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

3. Московский центр непрерывного математического образования – <http://www.mccme.ru/>

---

<sup>1</sup> собственные или предоставляемые ПНИПУ по договору

## 7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

### 7.1. Специализированные лаборатории и классы

Не используется.

### 7.2. Основное учебное оборудование

Специальное оборудование не требуется.

## 8. Фонд оценочных средств

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра. Предусмотрены аудиторные лекционные занятия, практические занятия, а также самостоятельная работа аспирантов. Формой контроля освоения результатов по дисциплине является экзамен, проводимый с учетом результатов текущего контроля.

Таблица 4

Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Вид контроля	
	Текущий	Промежуточный (экзамен)
<b>Усвоенные знания</b>		
<b>З.1</b> знать наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем;	С	ТВ
<b>З.2</b> знать постановки основных задач теории динамических систем, моделируемых посредством дифференциальных уравнений;	С	ТВ
<b>З.3</b> знать принципы решения основных исследовательских задач для дифференциальных уравнений и систем.	С	ТВ
<b>Освоенные умения</b>		
<b>У.1</b> выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру;	ОТЗ	ПЗ
<b>У.2</b> оценивать возможности исследования количественных и качественных свойств решений дифференциальных уравнений;	ОТЗ	ПЗ
<b>У.3</b> классифицировать задачи для дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования.	ОТЗ	ПЗ
<b>Приобретенные владения</b>		
<b>В.1</b> основными аналитическими методами количественного и качественного исследования дифференциальных уравнений;	ОТЗ	ПЗ
<b>В.2</b> методами математического моделирования динамических систем.	ОТЗ	ПЗ

*С – собеседование по теме; ТВ – теоретический вопрос; ТЗ – творческое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности; ОТЗ – отчет по творческому заданию; ПЗ – практическое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности.*

*Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с аспирантом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.*

*Творческое задание - частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.*

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных частей компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде экзамена, проводимая с учетом результатов текущего контроля.

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию аспирантов.

### 8.1. Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценку освоения дисциплин и проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

- **Собеседование**

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

- **Защита отчета о творческом задании**

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

### 8.2. Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки умений и владений заявленных дисциплинарных частей компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Пример билета представлен в приложении 1.

Типовые шкалы и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в табл. 5.

### Шкала оценивания уровня знаний, умений и владений на зачете

Таблица 5

Оценка	Критерии оценивания
Зачтено	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при ответе на теоретический вопрос билета. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы <b>знания</b> в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.
	Аспирант выполнил контрольное задание билета правильно или с небольшими неточностями. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение <b>навыков</b> полученных знаний и <b>умений</b> при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство

Оценка	Критерии оценивания
	дополнительных вопросов правильно.
Не зачтено	<p>При ответе на теоретический вопрос билета аспирант продемонстрировал фрагментарные знания. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</p> <p>При выполнении контрольного задания билета аспирант продемонстрировал частично освоенное умение и применение полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.</p>

## 9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания для оценивания когнитивных умений (знаний) должны предусматривать необходимость проведения аспирантом интеллектуальных действий:

- по дифференциации информации на взаимозависимые части, выявлению взаимосвязей между ними и т.п.;
- по интерпретации и творческому усвоению информации из разных источников, ее системного структурирования;
- по комплексному использованию интеллектуальных инструментов учебной дисциплины для решения учебных и практических проблем.

При составлении заданий необходимо иметь в виду, что они должны носить практико-ориентированный комплексный характер и формировать закрепление осваиваемых компетенций.

## 10. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 10.1. Типовые творческие задания:

1. Найти необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости системы  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  и доказать, что она совпадает с экспоненциальной.
2. Найти необходимые и достаточные условия устойчивости по Ляпунову системы  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  и доказать, что она совпадает с равномерной.
3. Доказать, что система  $\dot{x}(t) = A(t)x(t) + f(t)$  с ограниченной матрицей  $A$  экспоненциально устойчива тогда и только тогда, когда при любой ограниченной  $f$  решение системы ограничено.
4. Доказать, что в случае  $q(t) > 0$  для любого решения уравнения  $\ddot{x} + q(t)x = 0$  отношение  $\dot{x}(t)/x(t)$  убывает при возрастании  $t$  на интервале, где  $x(t) \neq 0$ .

5. Доказать, что если особая точка уравнения  $(ax + by)dx + (mx + ny)dy = 0$  является центром, то исходное уравнение есть уравнение в полных дифференциалах.
- 10.2. Типовые контрольные вопросы для оценивания знаний на зачете по дисциплине:
1. Матрица Коши для линейных дифференциальных систем и ее определяющие свойства.
  2. Устойчивость дифференциальных уравнений. Функции Ляпунова.
  3. Линейные дифференциальные периодические системы. Представление Флоке. Матрица монодромии.
  4. Автономные уравнения. Положения равновесия. Предельные циклы.
  5. Монотонные операторы. Теорема о дифференциальном неравенстве.
- 10.3. Типовые контрольные задания для оценивания приобретенных умений и владений на зачете по дисциплине:
1. Исследовать устойчивость нулевого положения равновесия системы  $\dot{x} = 2y - x - y^3, \dot{y} = x - 2y$ .
  2. Доказать, что в случае  $q(t) < 0$  решения уравнения  $\ddot{x} + p(t)\dot{x} + q(t)x = 0$  не могут иметь положительных максимумов.
  3. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения  $\ddot{x} + \dot{x} + x = |\sin t|$ .
  4. Исследовать асимптотическое поведение решения уравнения  $\ddot{x} + t^4 x = 0$ , пользуясь преобразованием Лиувилля.
  5. Вывести уравнение движения маятника с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости. Дать чертеж траектории на фазовой плоскости.

Полный комплект вопросов и заданий для сдачи зачета и кандидатского экзамена в форме утвержденных билетов хранится на кафедре «Вычислительная математика, механика и биомеханика».

**Дисциплина**  
«Дифференциальные уравнения и математическая физика»

**БИЛЕТ № 1**

1. Матрица Коши для линейных дифференциальных систем и ее определяющие свойства.
2. Исследовать устойчивость нулевого положения равновесия системы  $\dot{x} = 2y - x - y^3, \dot{y} = x - 2y$ .
3. На концах вала закреплены два шкива, моменты инерции которых  $I_1$  и  $I_2$ . При повороте одного шкива относительно другого на любой угол  $\varphi$  вследствие деформации вала возникают упругие силы с крутящим моментом  $K\varphi$ . Найти частоту крутильных колебаний вала при отсутствии внешних сил.

Заведующий кафедрой ВММБ \_\_\_\_\_

(подпись)

Столбов В.Ю.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202 \_\_\_\_ г.

**Лист регистрации изменений**

<b>№ п.п.</b>	<b>Содержание изменения</b>	<b>Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой</b>
1	2	3
1		
2		
3		
4		